# ФИЗИКА

2016 год

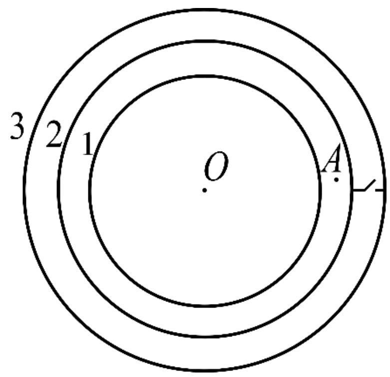
Магистратура

## Билет М-00

1. На платформу поезда из бункера сыпется уголь. Найти силу тяги, приложенную к платформе, если за $t$=2с на неё погружают $m$=10т угля, а сама платформа проходит равномерно путь $L$=10м. Трением качения при движении платформы пренебречь.

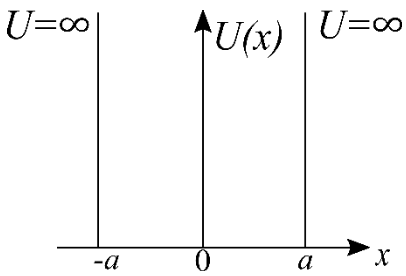
2. Определить, на какой высоте $h_2$ в изотермической атмосфере плотность воздуха уменьшится в 5 раз, если на высоте $h_1$=5,5км она уменьшается в 2 раза.

3. Три концентрические тонкие металлические сферы радиусами $R_1 < R_2 < R_3$ (в вакууме) заряжены соответственно зарядами $Q_1$, $Q_2$, $Q_3$. В точке А между первой и второй сферами измеряют потенциал. Найти изменение потенциала в этой точке, если вторую и третью сферу замкнуть между собой.




4. Найти длину волны $\lambda$ монохроматического излучения, если в опыте Юнга расстояние первого интерференционного максимума от центральной полосы $x$= 0,05см, расстояние до экрана $L=5м$, расстояние между щелями $d=0,5см$.

5. Найти волновые функции и уровни энергии стационарных состояний частицы массы m в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы $2a$.



# Решение билета М-00.

1. $M\dfrac{d\upsilon}{dt} = F + \dfrac{dM}{dt}(-\upsilon) = 0 \Rightarrow F = \dfrac{dM}{dt}\upsilon = \dfrac{m}{t}\dfrac{L}{t} = \dfrac{mL}{t^2} = \dfrac{10^4 \times 10}{4} = 25\times10^3$ Н

2. Барометрическая формула:

$$n(h_2) = n_0 e^{-\frac{\mu g h_2}{RT}};\, n(h_1) = n_0 e^{-\frac{\mu g h_1}{RT}} \Rightarrow h_2 = h_1 \frac{\ln\left[\dfrac{n(h_2)}{n_0}\right]}{\ln\left[\dfrac{n(h_1)}{n_0}\right]} = 5{,}5\frac{\ln(1/5)}{\ln(1/2)} = 12{,}8\,\text{км.}$$

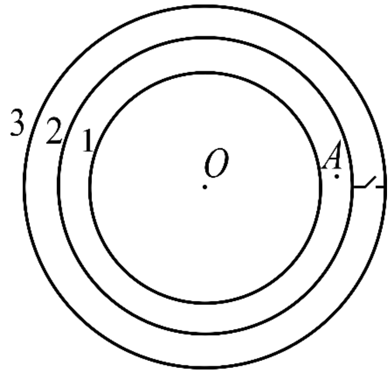
3. OA=$r$

   1) До соединения сфер 2 и 3: $\varphi_A = \dfrac{Q_1}{r} + \dfrac{Q_2}{R_2} + \dfrac{Q_3}{R_3}$ (1)

   2) После соединения сфер 2 и 3, на сфере 2 заряд $-Q_1$ (т.к. между сферами 2 и 3 поле исчезнет), а на сфере 3 будет заряд $Q_2$+$Q_3$+$Q_1$, поэтому:

   $$\varphi'_A = \frac{Q_1}{r} - \frac{Q_1}{R_2} + \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3}{R_3} \qquad (2)$$

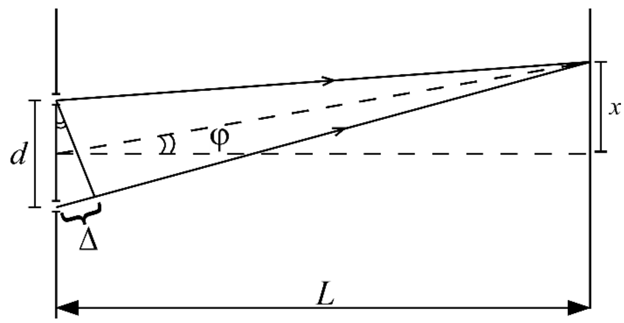
   Из (1), (2): $\varphi'_A - \varphi_A = (Q_1 + Q_2)\left(\dfrac{1}{R_3} - \dfrac{1}{R_2}\right)$



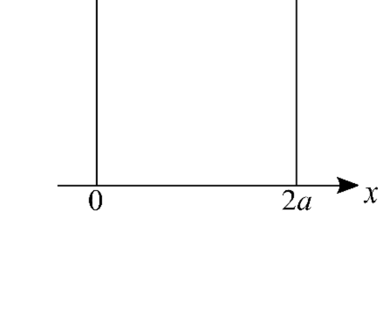

4. Разность хода интерферирующих волн:

$$\Delta \approx \varphi d = \lambda;\, \varphi \approx \frac{x}{L};$$

$$\lambda = \frac{xd}{L} = \frac{0{,}05\times0{,}5}{500} = 0{,}5\times10^{-4}\,\text{см}$$




5. Сдвинем координаты ямы на $a$, (см. рис.)




Уравнение Шредингера:

$$\psi'' + k^2\psi = 0,\ k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \qquad (1)$$

Отсюда находим:

$\psi = A\sin(kx) + B\cos(kx)$

Т.к. $U(0) = U(2a) = \infty$, то $\psi(0) = \psi(2a) = 0 \Rightarrow B = 0$ и

$k\cdot 2a = \pi n$, где n=1, 2, 3 …. (2)

Из (1), (2) : $\dfrac{\pi^2 n^2}{4a^2} = \dfrac{2mE}{\hbar^2}$; $E_n = \dfrac{\pi^2\hbar^2}{8ma^2} n^2, \quad n = 1,2,3\ldots$ (3)

Нормировка:

$$\int_0^{2a} \psi\psi^* dx = A^2 \int_0^{2a} \sin^2\left(\frac{n\pi x}{2a}\right) dx = \frac{A^2}{2} \int_0^{2a} \left[1 - \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right)\right] dx =$$

$$= \frac{A^2}{2} 2a - \frac{A^2}{2} \cdot \frac{a}{n\pi} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right)\Bigg|_0^{2a} = A^2 a = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \frac{1}{\sqrt{a}};\ \psi_n = \frac{1}{\sqrt{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{2a}\right), \quad n = 1,2,3... \qquad (4)$$

Для исходной ямы $E$ также определяется из (3), а в (4) проведем замену $x \to x + a$: $\psi_n = \dfrac{1}{\sqrt{a}} \sin\left(\dfrac{n\pi x}{2a} + \dfrac{n\pi}{2}\right)$

$$\psi_n = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{a}} \cos\left(\dfrac{n\pi x}{2a}\right), & n = 1,3,5... \\ \dfrac{1}{\sqrt{a}} \sin\left(\dfrac{n\pi x}{2a}\right), & n = 2,4,6... \end{cases}$$

(Знак минус везде опускаем, т.к. $\psi$ – функция определяется с точностью до множителя $e^{i\alpha}$, где $\alpha$ – константа).